



### Turno Mañana

- 1) Según estudios, existen 3 compañías líderes en la venta de computadores portátiles. HP, Dell y Mac. La probabilidad de comprar una Dell luego de tener una Mac es de 0.1 mientras que se mantiene la Mac con probabilidad 0.85. Si tienes una HP, tu próxima compra será con probabilidad 0.6 una Dell pero, curiosamente, mantendrás la HP con probabilidad 0.1. Por último, si posees una Dell no la cambiarás con probabilidad 0.5 pero te cambiarás a HP con probabilidad 0.3. Es bien conocido el mercado publicitario de las empresas, se conoce que de cada 100 locales de venta de portátiles 80 te recomendarán HP, 15 Dell y 5 Mac. Asuma que el escenario sigue un proceso Markov. Halle:
- a) La matriz de probabilidades de transición asociada al cambio de computadores de un cliente regular. **(3 ptos)**

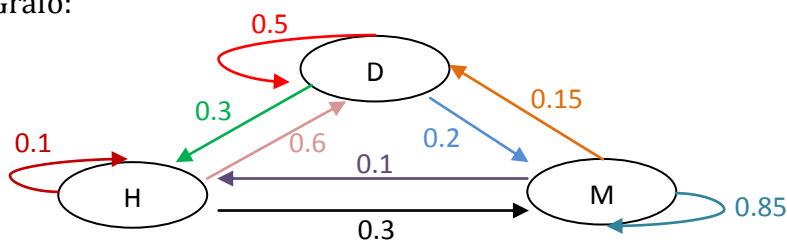
Conjunto de estados = {H,D,M} (Este es el orden de la matriz)

$$P = \begin{pmatrix} 0.1 & 0.6 & 0.3 \\ 0.3 & 0.5 & 0.2 \\ 0.15 & 0.1 & 0.85 \end{pmatrix}$$

- b) El grafo asociado a la cadena de Markov. **(3 ptos)**

Conjunto de Estados = {H,D,M}

Grafo:



- c) Dada la publicidad que se le da a las marcas en la primera venta. ¿Cuál es la probabilidad de que la tercera portátil de un cliente regular, luego de comprar, sea mac? **(4 ptos)**

El vector de Estado inicial es:  $\pi^{(0)} = (0.8 \quad 0.15 \quad 0.05)$



La matriz de 3 pasos  $P^3 = \begin{pmatrix} 0.2012 & 0.3765 & 0.4928 \\ 0.21 & 0.3870 & 0.4590 \\ 0.2029 & 0.2948 & 0.7661 \end{pmatrix}$

$$\begin{aligned} \pi^{(3)} &= \pi^{(0)} P^3 \\ &= (0.8 \quad 0.15 \quad 0.05) \begin{pmatrix} 0.2012 & 0.3765 & 0.4928 \\ 0.21 & 0.3870 & 0.4590 \\ 0.2029 & 0.2948 & 0.7661 \end{pmatrix} = (0.2026 \quad 0.3740 \quad \boxed{0.5014}) \end{aligned}$$

d) Suponga ahora que un cliente posee una computadora Mac. ¿Cuál es la probabilidad de que mantenga esta marca en la tercera compra de computadora portátil a partir de la venta de esta última? **(4 ptos)**

El vector de Estado inicial es:  $\pi^{(0)} = (0 \quad 0 \quad 1)$

La matriz de 3 pasos  $P^3 = \begin{pmatrix} 0.2012 & 0.3765 & 0.4928 \\ 0.21 & 0.3870 & 0.4590 \\ 0.2029 & 0.2948 & 0.7661 \end{pmatrix}$

$$\begin{aligned} \pi^{(3)} &= \pi^{(0)} P^3 \\ &= (0 \quad 0 \quad 1) \begin{pmatrix} 0.2012 & 0.3765 & 0.4928 \\ 0.21 & 0.3870 & 0.4590 \\ 0.2029 & 0.2948 & 0.7661 \end{pmatrix} = (0.2029 \quad 0.2948 \quad \boxed{0.7661}) \end{aligned}$$

2) Se sabe que, por la historia de Venezuela, el fútbol no ha sido un deporte demandado por la sociedad de este país. Según un estudio realizado, en el año 2000, por una importante empresa de análisis de datos, 85 de cada 100 personas no sabía quién era el capitán de la selección nacional. Con ganas de comprobar esta presunción, se le hizo un test a 100 personas en el año 2011 y 75 respondieron correctamente.

a) Se pide comprobar la afirmación de la empresa con un nivel de significación de 0.05. **(5 ptos)**

Para test de hipótesis con proporción el parámetro  $p$  cuando el tamaño de la muestra es grande, la variable aleatoria “ $p$ ” se distribuye aproximadamente normal con

esperanza “ $p$ ” y  $\sigma = \sqrt{\frac{p_0 q_0}{n}}$ . De esta forma, el test sería con la VA  $Z = \frac{p - p_0}{\sqrt{\frac{p_0 q_0}{n}}}$

Datos:  $p_{muestral} = 0.25$  (respondieron incorrectamente)  $\sigma = \sqrt{\frac{p_0 q_0}{n}}$   $n = 100$



$$H_0: "p=0.85"$$

$$H_1: "p<0.85"$$

$$Z = \frac{p - p_0}{\sqrt{\frac{p_0 q_0}{n}}} = \frac{p - 0.85}{\sqrt{\frac{0.85 \cdot 0.15}{100}}}$$

$$P\left(\frac{p-0.85}{\sqrt{\frac{0.85 \cdot 0.15}{100}}} < \gamma_{0.95}\right) = 0.95 \rightarrow \gamma_{0.95} = 1.65 \text{ y necesitamos el cuantil negativo } -1.65$$

$$-1.65 = \frac{X - 0.85}{\sqrt{\frac{0.85 \cdot 0.15}{100}}} \rightarrow X = -1.65 \cdot \sqrt{\frac{0.85 \cdot 0.15}{100}} + 0.85 \approx 0.7910$$

Como  $0.2 < 0.791$  entonces  $p_{muestral}$  está en la zona crítica por lo que existe suficiente evidencia para rechazar  $H_0$

- b) En base a los resultados de a) ¿Desde su punto de vista, existe evidencia para demostrar un aumento en el conocimiento de la selección de fútbol en Venezuela? Justifique su respuesta. (2 pts)

Se evidencia claramente el aumento del conocimiento de la selección dado que se rechazó categóricamente la hipótesis nula.

- 3) La altura media del venezolano es desconocida actualmente. En una muestra de 25 personas se determinó: promedio muestral de 170 cm y varianza muestral de 10 cm.

- a) Halle el intervalo de confianza para la altura media del venezolano con un nivel de significancia de 0.05. (5 pts)

$$n = 25 \quad \mu_m = 170 \quad S^2 = 10$$

$$t = \frac{X - u}{\frac{S}{\sqrt{n}}} = \frac{X - 170}{\frac{\sqrt{10}}{5}}$$



En definitiva, encontramos el cuantil  $1 - \alpha + \frac{\alpha}{2} = 1 - \frac{\alpha}{2} = 0.975$ . El cuantil 0.975 (denotado como  $\gamma_{0.975}$ ) es 1.96. De este modo:

$$P(-1.96 < t < 1.96) = 0.95$$

Por lo tanto,

$$-1.96 < \frac{X - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}} < 1.96 \xrightarrow{\text{despejamos } \mu} X - 1.96 * \frac{S}{\sqrt{n}} < \mu < X + 1.96 * \frac{S}{\sqrt{n}}$$

Esto quiere decir que el intervalo es:

$$\boxed{X - 1.96 * \frac{S}{\sqrt{n}} < \mu < X + 1.96 * \frac{S}{\sqrt{n}}}$$

En el caso específico del ejercicio:

$$170 - 1.96 * \frac{\sqrt{10}}{5} < u < 170 + 1.96 * \frac{\sqrt{10}}{5} \rightarrow \boxed{(168.73, 171.23)}$$



Universidad Central de Venezuela  
Facultad de Ciencias  
Escuela de Computación  
Probabilidad y Estadística  
**Quiz #2**

