



## Variables Aleatorias continuas con nombre propio

### Objetivos de la práctica

#### Objetivo general:

Al finalizar la práctica, el estudiante estará en capacidad de modelar fenómenos mediante el empleo de las variables aleatorias continuas Uniforme, Exponencial, Erlang y Gamma..

#### Objetivos específicos:

- Identificar situaciones en las que se requiera modelar un fenómeno mediante una variable aleatoria Uniforme, Exponencial, Gamma ó Erlang.
- Conocer la fdp continua de las v.a's Uniforme, Exponencial, Gamma y Erlang.
- Determinar las propiedades de esperanza y varianza de las distribuciones Uniforme, Exponencial, Gamma y Erlang.
- Conocer la relación existente entre las variables aleatorias Poisson y Exponencial; Gamma y Erlang, Erlang y Exponencial

### Desarrollo de la práctica:

- Al reservar los laboratorios docentes para cierta asignatura, se sabe los talleres a realizar son cortos, de sólo 1 hora de duración, o largos, de hasta 3 horas. Si la duración de cada laboratorio se distribuye uniformemente entre dichos tiempos. Diga:
  - ¿Cuál es la probabilidad de que un taller dure más de 2 horas?
  - ¿Cuál es la duración esperada de cada taller?
- A un servidor Web llegan en promedio 3 requerimientos cada 30 seg. Calcule lo siguiente:
  - La probabilidad de esperar más de 15 minutos para que lleguen 80 requerimientos.
  - La probabilidad de esperar menos de 10 minutos para que lleguen 80 requerimientos.
  - ¿Cuánto tiempo debe transcurrir para asegurar que la probabilidad de que no llegue un requerimiento durante dicho tiempo sea inferior a 0.8



- 3) Suponga que el departamento de investigación de un fabricante de acero cree que una de las máquinas de la compañía está produciendo láminas de metal con espesores variables. Dicho espesor está distribuido uniformemente entre los 150mm y los 200mm. Cualquier lámina que tenga un espesor menor a los 160mm deberá desecharse, pues resulta inaceptable para los compradores:
- Calcule la esperanza y la varianza de la v. a. descrita.
  - Grafique su fdp e indique dónde se encuentra la media.
  - Calcule qué fracción de láminas de acero producidas por esta máquina son desechadas.
- 4) Una troqueladora produce tuercas, cuyo radio interno está distribuido uniformemente entre 21mm y 29mm. El costo neto por producir una tuerca es de Bs. 2,50 y el precio de venta al mayor es de Bs. X por tuerca. Sin embargo, los clientes que compran mayor volumen de producción son muy exigentes con la calidad del producto y es obligatorio que las tuercas a vender tengan un radio interno entre 23,5 mm y 26,5mm (Estas se denominan "tuercas de calidad A"). Las tuercas que tienen radio interno entre 22.75mm y 23.5mm o bien radio interno entre 26.5mm y 27.25mm ("Tuercas de calidad B") pueden ser vendidas pero a 3/5 partes del precio de venta de las de calidad A. Las tuercas fuera de los rangos anteriores ("Tuercas de calidad C") deben ser recicladas, y se recupera Bs. 1,00 por cada una. Determine:
- El porcentaje de tuercas de calidad A, calidad B y calidad C producidas por la troqueladora
  - ¿Cuál debe ser el precio de venta de cada tuerca, si el fabricante desea obtener un margen de ganancia promedio del 20% por cada tuerca?
- 5) El tiempo T necesario para que un terminal en modo texto procese un comando de edición y refresque la pantalla se distribuye uniformemente ente 0.5 y 2.25 seg. Calcule:
- La media y la varianza de T
  - Localice el intervalo  $\pm 2\sigma$  en una gráfica de la distribución de probabilidad y calcule  $P(\mu - 2\sigma < T < \mu + 2\sigma)$ .
  - ¿Cuál es la probabilidad de que el terminal procese un comando de edición y haga las correcciones apropiadas en la pantalla en menos de 1 seg.?



- 6) El el Cyber Café Web-Plug llegan, en promedio, 4 clientes cada 10 minutos siguiendo una distribución Poisson. Si el local abre sus puertas exactamente a las 10 a.m. ¿Cuál es la probabilidad de que la primera persona llegue después de las 10:30 a.m.?
- 7) En un sistema de computadores llegan jobs. El tiempo de CPU que dichos jobs requieren sigue un distribución exponencial con media de 140 mseg para cada job. La disciplina de planificación de trabajos (Schedule) está orientada al quantum de tiempo. El quantum de tiempo que el sistema le asigna a un job es igual a 1 seg. Si el job no termina en este lapso de tiempo, entonces es enviado a una cola de espera. Calcule la probabilidad de que un job tenga que esperar por un segundo quantum de tiempo. Si llegan al sistema 800 jobs durante 1 día (24 horas) ¿Cuántos jobs se espera que terminen su ejecución en el primer quantum de tiempo?
- 8) Un famoso hacker de redes de computadoras ha diseñado un nuevo programa crackeador de passwords, el cual está en período de prueba. Actualmente su programa tiene la capacidad de descifrar, en promedio, 4 passwords cada 20 minutos. Berferd desea conocer cierta información que le permita evaluar la calidad de su crackeador.  
Si Berferd dispone e 8 min. solamente para descifrar un archivo de passwords, determine:
- a) ¿Cuál es la probabilidad de que el crackeador pueda descifrar por lo menos 3 passwords?
  - b) ¿De cuánto tiempo debería disponer Berferd para que su crackeador descifre al menos un password con 99% de certeza?
- 9) Calcule las siguientes probabilidades para la Normal Estándar.  $Z \sim N(0,1)$  usando la tabla de la distribución normal estándar.
- a)  $P(0.5 < Z < 1.5)$
  - b)  $P(-1.75 < Z < -0.28)$
  - c)  $P(-2.32 < Z < 0.11)$
  - d)  $P(Z > 0.27)$
  - e)  $P(Z < -1.33)$
  - f)  $P(Z < 1.71)$



- 10) Un muchacho tiene una colección de 10 CD's de audio, con duración de 70 minutos cada uno. Por accidente se dañaron los discos en algunos puntos, de modo que en cada disco, en promedio, hay un error cada 10 minutos y los errores siguen una distribución Poisson. Una persona toma uno de los CD's al azar:
- ¿Cuál es la probabilidad de que no haya errores a lo largo de una canción de 8 minutos?
  - ¿Cuánto debería durar la canción para que no haya errores a lo largo de ésta, con un porcentaje de certeza mayor al 95%?
  - ¿Cuál es la probabilidad de que menos de 2 discos tengan más de 4 errores cada uno?
- 11) Usando la tabla de la distribución normal estándar, Calcule el valor  $z_0$  de la v.a.  $Z \sim N(0,1)$  (normal estándar) tal que:
- $P(Z > z_0) = 0.05$
  - $P(Z > z_0) = 0.025$
  - $P(Z > z_0) = 0.8$
  - $P(Z < z_0) = 0.0013$
  - $P(Z < z_0) = 0.97$
  - $P(Z < z_0) = 0.5596$
- 12) Un sistema de adquisición de datos envía lecturas de temperatura a un servidor según una distribución de Poisson con media 0,1382 lecturas/seg. El servidor recopila un lote de  $i$  lecturas y las procesa en un tiempo  $t = i / 3$  segs.
- Halle un valor máximo de  $i$  que garantice que el lote sea procesado antes de que arribe la siguiente lectura ( la lectura  $i + 1$  ) con al menos 99% de certeza.
  - Si el servidor requiere de un lote conformado por 150 lecturas, halle el promedio y la varianza del tiempo que se requiere para recopilar todo el lote.
- 13) Sea  $X$  una v. a. distribuida normalmente con media 50 y desviación estándar 4, usando la tabla de la distribución normal estándar, calcule:
- $P(X < 40)$
  - $P(X < 60)$
  - $P(20 < X < 50)$
  - El intervalo más pequeño que contenga 0.9 de probabilidad.



- 14) El algoritmo que descifra los mensajes interceptados en un canal tarda en descifrar un mensaje un tiempo  $T$  que sigue una distribución exponencial. En promedio se tarda  $1/5$  de segundo para descifrar un mensaje. ¿Qué porcentaje de mensajes enviados por el canal en un intervalo de  $10000$  mseg. puede ser descifrado por dicho programa?
- 15) El número de solicitudes de E/S por hora recibidas por un servidor de una red es una variable Poisson con media 6 solicitudes por hora. ¿Cuál es la probabilidad de que el servidor reciba 2 solicitudes sucesivas en menos de 15 minutos.
- 16) Sea  $X$  una variable distribuida normalmente con parámetros  $\mu$  y  $\sigma$  desconocidos. Se sabe que  $P(X \geq 75) = 0.7291$  y  $P(X \geq 83) = 0.7764$ . Con la información dada ¿Es posible determinar los valores de  $\mu$  y  $\sigma$  para  $X$ ? En caso de ser posible, calcule  $\mu$  y  $\sigma$ .
- 17) Una unidad de almacenamiento puede leer en promedio cinco 5 sectores/ $\Delta$ seg, en donde el número de sectores leídos en cada  $\Delta$ seg. sigue una distribución de Poisson. Halle la probabilidad de que un 1 sector se lea en a lo sumo  $0.1\Delta$ seg, si se sabe que para leer un sector dado se requieren más de  $0.05\Delta$ seg. ¿Cuál es la probabilidad de que la unidad tarde más de  $0.00015$  mseg?
- 18) Cierta proceso de fabricación, produce un 10% de artículos defectuosos. Si se seleccionan al azar 100 artículos elaborados con dicho proceso. Calcule:
- La probabilidad de que la cantidad de artículos defectuosos exceda de 13.
  - La probabilidad de que la cantidad de artículos defectuosos sea menor a 8.
- 19) Calcule los siguientes valores, para una v.a  $X \sim \text{Normal}(\mu, \sigma)$ , con media y desviación estándar como se especifique en cada caso:
- $X \sim \text{Normal}(50, 10)$ :  $P(X < 65)$
  - $X \sim \text{Normal}(200, 20)$ :  $P(185 < X < 210)$
  - $X \sim \text{Normal}(30, 6)$ :  $P(X > 28)$
  - $X \sim \text{Normal}(-25, 10)$ , Hallar  $x$  tal que  $P(X < x) = 0.3859$
  - $X \sim \text{Normal}(10, 5)$ , Hallar  $x$  tal que  $P(X > x) = 0.975$
  - $X \sim \text{Normal}(35, 3)$ , Hallar  $x$  tal que  $P(33 < X < x) = 0.6959$



Universidad Central de Venezuela  
Facultad de Ciencias  
Escuela de Computación  
Probabilidad y Estadística  
**Práctica Nº 3**



- 20) Supóngase que las estaturas de 800 estudiantes están normalmente distribuidas con media de 168 cm y desviación estándar 13 cm. Calcule el valor esperado del número de estudiantes con estaturas entre 165 cm y 178 cm.
- 21) Al último examen de admisión de la facultad de Ingeniería asistieron 5600 bachilleres. El examen de admisión tiene una calificación 1 al 100. Los resultados obtenidos por los postulantes se distribuyen normalmente con un promedio de 54 y una desviación estándar de 5 puntos. La facultad ofrece 750 cupos directo a la carrera los cuales son otorgados a los 750 postulantes con mejor calificación. y 1500 cupos para ingresar a un curso propedéutico para las siguientes 1500 mejores calificaciones.
- ¿Cuál es la calificación mínima esperada que debe obtener un bachiller para entrar directo a la carrera?
  - ¿Cuál es la calificación mínima esperada para que un bachiller pueda ser admitido en el curso propedéutico?
- 22) En un centro de salud rural, llegan, anualmente, en promedio 16 pacientes infectados con leishmaniasis, siguiendo una distribución de Poisson. Calcule:
- La probabilidad de que en un año se atiendan 10 pacientes con leishmaniasis.
  - La probabilidad de que pasen más de 2 meses sin que se reporten pacientes con leishmaniasis.
  - La probabilidad de que en menos de un mes se lleguen al centro de salud 4 pacientes con leishmaniasis.
- 23) Suponga que el coeficiente de fricción en un sistema de transporte de crudo por tubería (oleoducto) se determina en instantes al azar, de modo tal que el resultado es una v. a. normalmente distribuida con media 0.55 y desviación estándar 0.013
- Calcule la probabilidad de que el coeficiente de fricción resulte entre 0.53 y 0.56
  - ¿Es verosímil observar un coeficiente de fricción por debajo de 0.5? Explique.
- 24) Un tubo fluorescente marca X tiene una duración distribuida normalmente con media de 7000 hrs y desviación estándar de 1000 hrs. Por su parte, una marca competidora Y fabrica un tubo fluorescente que tiene una duración normalmente distribuida con media 7500 hrs y desviación estándar 1200 hrs.
- ¿Cuál de las dos marcas de tubo fluorescente tiene mayor probabilidad de durar más de 9000 hrs?
  - ¿Cuál de las dos marcas de tubo fluorescente tiene mayor probabilidad de durar menos de 5000 hrs?



- 25) Los procedimientos en una estación central de ferrocarriles, requieren una planificación considerable. Los índices de llegadas de los ferrocarriles es un factor importante que se debe tomar en cuenta. Asuma que el día laboral en una cierta estación tiene una duración de 12 horas y que los ferrocarriles llegan a dicha estación, a una tasa promedio de 60 ferrocarriles por día laboral. Determine:
- ¿Cuál es la probabilidad de que exactamente 4 ferrocarriles lleguen durante un período de 1 hora?
  - ¿Cuál es la probabilidad de que al menos lleguen 2 ferrocarriles durante un período de 2 horas?
  - Un pasajero acaba de perder el tren y dispone tan sólo de 15min. para esperar el próximo tren. ¿Ud le aconsejaría -con un 95% de certeza- que permanezca en la estación ó que tome otro medio de transporte?
- 26) Se utilizan mediciones par rechazar todos los componentes donde cierta dimensión no está dentro de la especificación  $150 \pm d$ . Se sabe que esta medición se distribuye de forma normal con media 1.50 y desviación estándar de 0.2. Determine el valor d, tal que las especificaciones cubran el 95% de las mediciones.
- 27) A un servidor los clientes llegan al azar solicitando sus servicios con tiempos interarribos distribuidos exponencialmente con media 15 seg.
- ¿Cuál es la probabilidad de que lleguen 5 clientes en 1/4 de hora?
  - Al servidor se le debe hacer mantenimiento eventualmente. ¿Cuánto tiempo (como máximo) debería durar la labor de mantenimiento para tener una certeza del 95% de que no llegará ningún cliente durante dicha labor?
  - ¿Cuál es la probabilidad de que lleguen 8 clientes antes de que transcurran 5 minutos?
- 28) Una máquina dispensadora de refrescos, sirve en cada vaso una cantidad de bebida que se distribuye normalmente con un promedio de 225ml y una desviación estándar de 15ml. Calcule:
- La probabilidad Un vaso servido por la máquina contenga más de 220ml y menos de 228ml de refresco.
  - Si un vaso tiene una capacidad de 230ml. ¿Cuál es la probabilidad de que de los próximos 10 servicios de la máquina, en al menos 2 se derrame el refresco? Asuma que los servicios de la máquina son independientes entre sí.



Universidad Central de Venezuela  
Facultad de Ciencias  
Escuela de Computación  
Probabilidad y Estadística  
Práctica Nº 3



- 29) La vida útil de cada uno de los 100 PC de una empresa, sigue una distribución exponencial con media 4 años. Si todos los PC fueron comprados en Enero de este año: ¿Cuál es la probabilidad de que sigan funcionando todos los PC en Enero del año 2009? Asuma tiempos de vida útil independientes.
- 30) Un farmacéuta, asegura que su nuevo medicamento contra la amebiasis, puede curar en promedio al 80% de las personas que inicien tratamiento. Para verificar tal afirmación, los inspectores de M.S.D.S. utilizan el medicamento en una muestra de 100 pacientes y deciden aceptar la afirmación si 75 o más pacientes se curan.
- Calcule la probabilidad de que los inspectores sanitarios acepten la afirmación cuando la efectividad del medicamento es de hecho 80%.
  - Calcule la probabilidad de que los inspectores sanitarios acepten la afirmación aún cuando la efectividad real del medicamento sea de 70%.
- 31) La función de densidad de probabilidad del tiempo necesario para terminar una operación de ensamblaje es  $f(x) = 0.1$  para  $30 < X < 40$  segundos.
- Determine la proporción de unidades ensambladas cuya terminación necesita más de 35 segundos.
  - ¿Qué tiempo es excedido por 90% de las unidades ensambladas?
  - Determine la media y la varianza del tiempo de ensamblaje
- 32) La longitud de un estuche de plástico moldeado por inyección para mantener cinta magnética tiene una distribución normal con una longitud media de 90.2 milímetros y una desviación estándar de 0.1 milímetros.
- ¿Cuál es la probabilidad de que la longitud de un estuche sea mayor que 90.3 milímetros o menos de 89.7 milímetros?
  - ¿En qué valor deberá fijarse la media del proceso para obtener el mayor número de estuches con longitud entre longitud 89.7 y 90.3 milímetros?
  - Si los estuches que no midan entre 89.7 y 90.3 milímetros se desechan, ¿cuál es el resultado para la media del proceso que se seleccionó en el inciso b)?
- 33) El diámetro de los puntos producidos por una impresora matricial tiene una distribución normal con un diámetro promedio de 0.0002 pulgadas y una desviación estándar de 0.0004 pulgadas.
- ¿Cuál es la probabilidad de que el diámetro de un punto exceda 0.00026 pulgadas?
  - ¿Cuál es la probabilidad de que el diámetro de un punto mida entre 0.0014 y 0.0026 pulgadas?
  - ¿Qué desviación estándar de los diámetros se necesita que la probabilidad del inciso b) sea 0.995?



Universidad Central de Venezuela  
Facultad de Ciencias  
Escuela de Computación  
Probabilidad y Estadística  
**Práctica Nº 3**



34) Un juego de rodamientos se compone de 10 rodamientos. Suponga que los diámetros de los rodamientos son independientes y que siguen una distribución normal con una media de 1.5 milímetros de una desviación estándar de 0.0025 milímetros. ¿Cuál es la probabilidad de que el rodamiento con el diámetro más grande en el ensamble exceda 1.6 milímetros?

GDPyE Mayo 2011