



Teorema central del Límite y Ley de Grandes Números

Objetivos de la práctica:

Objetivo general:

Al finalizar la práctica, el estudiante deberá ser capaz de utilizar la ley de los grandes números para estimar probabilidades aproximadas a partir de resultados de un experimento y el cálculo de probabilidades de la suma de variables aleatorias, haciendo uso del TCL. Objetivos específicos:

Objetivos específicos:

- Hacer uso de la ley de los grandes números para conocer la precisión del valor teórico de la probabilidad de un experimento.
- Hacer uso del teorema central del límite para calcular probabilidades.

Desarrollo de la práctica:

Ejercicio 1

Un experimento consiste en lanzar un dado legal N veces. Calcule el valor de N para asegurar, con una certeza de 95%, que la frecuencia relativa del evento $E = \text{“Sale un 6”}$ observada en el experimento, difiere a lo sumo en 0.01 del valor de la probabilidad teórica de que salga un 6, la cual es igual a $1/6$.

Ejercicio 2

En un proceso de fabricación de circuitos integrados, la probabilidad de que un circuito sea defectuoso es un p desconocido. Para estimar p se clasifica un lote de N de estos circuitos integrados como defectuosos o no defectuosos. Estime un valor N del tamaño del lote, para garantizar con una certeza del 98% que la frecuencia relativa de componentes defectuosos en el lote, varía del valor real de p en menos de un 0,5%.

Ejercicio 3

Suponga que un circuito sumador de voltajes, recibe 20 entradas cuyos potenciales eléctricos (medido en Voltios) son variables aleatorias $V_1, V_2, V_3, \dots, V_n$ que siguen la misma distribución de probabilidad (desconocida) con promedio de 5 Volt. y desviación estándar de 3 Volt. Sea

$$\sum_{i=1}^{20} V_i$$

el potencial eléctrico de salida del sumador (medido en voltios)

¿Cuál es la probabilidad de que el voltaje total de entrada sobrepase 105 voltios?



Ejercicio 4

Un astrónomo está interesado en medir la distancia de la tierra a una estrella que se encuentra en otra galaxia (medida en años luz) denotada como d . El científico sabe que su técnica para el cálculo de d presenta errores debido a factores tales como: Interferencia atmosférica en las mediciones, errores de redondeo en los cálculos por computadora, etc. Por consiguiente, para estimar d con la mayor precisión posible, decide hacer un gran número de mediciones independientes a lo largo de un año, de tal forma que el valor promedio de dichas mediciones se tomaría como resultado para d . Si se estima que d es una variable aleatoria con varianza igual a 4 años luz. ¿Cuántas mediciones como mínimo deberán realizarse para obtener un resultado para d con un error de a lo sumo $\pm 0,5$ años luz?

Ejercicio 5

En un programa de cálculo numérico, 50 números son redondeados al valor entero más cercano y luego son sumados. Se sabe que el error de redondeo para un número está uniformemente distribuido en el intervalo $(-0,5, 0,5)$. ¿Cuál es la probabilidad de que el valor obtenido en la suma de los números, difiera del valor real de la suma por más de 3 unidades?

Ejercicio 6

El tiempo que el cajero de un banco que atiende a los clientes en automóvil es una variable aleatoria con promedio 3,2 min. y desviación estándar 1,6 min. Si se observa una muestra aleatoria de 64 clientes. Encuentre la probabilidad de que su tiempo de servicio sea:

1. A lo sumo 2.7 min.
2. Mayor de 3.5 min.
3. Al menos 3.2 min., pero menos de 3.4 min.

Ejercicio 7

Para una lámpara que opera en forma continua, se dispone de 48 bombillos idénticos, los cuales se reponen de inmediato (uno a la vez) cuando se queman. Suponiendo que el tiempo de vida útil de cada bombillo es una variable exponencialmente distribuida con media de 1500 horas, calcule:

1. Probabilidad de que los 48 bombillos duren menos de 62400 horas.
2. Probabilidad de que los 48 bombillos duren más de 76800 horas.
3. Probabilidad de que los 48 bombillos duren entre de 62400 y 76800 horas.
4. ¿Son exactos estos valores de probabilidad calculados?



Ejercicio 8

Se tiene planificado realizar un proyecto para mejorar la vialidad en la Parroquia San Pedro, los trabajos afectan de forma relevante el tráfico por lo que se desea realizar una encuesta entre los miembros de la comunidad para evaluar la aceptación del proyecto. Calcule el número de personas que deben ser encuestadas para que la proporción de personas que aceptan el proyecto no se aleje de la proporción real en más de 0,05 con un 90% de certeza.

GDPyE Junio 2011