Universidad Central de Venezuela
Facultad de Ciencias
Escuela de Computación
Probabilidad y Estadística

Nombre: ______________________________
Cédula: ______________________________
Sección: ______________________________

QUIZ Nº 1
I-2011

1) Un experimento consiste en lanzar un dado no legal en donde la probabilidad de que salga 2 y la probabilidad de que salga 4 es el doble de la probabilidad de que salgan los números restantes (1, 3, 5 y 6). Sea X la variable aleatoria "Número obtenido al lanzar el dado".

a) Exprese y grafique su fdp. **(1 pto.)**
b) Exprese y grafique su fda. **(1 pto.)**
c) Calcule P $(1 \leq X \leq 4)$. **(2 ptos.)**
d) Halle E[X]. **(1 pto.)**

2) En cada temporada de béisbol en cierto país el número promedio de juegos suspendidos por lluvia cada mes en invierno es de 10, y en verano de 2. Aparte se sabe que la temporada dura 4 meses. Si las lluvias ocurren siguiendo un proceso Poisson:

a) ¿Cuál es la probabilidad de que se suspendan exactamente 30 juegos en la próxima temporada si esta se realizara en invierno? **(2 ptos.)**

b) ¿Cuál es la probabilidad de que se suspendan exactamente 12 juegos en la próxima temporada si esta se realizara en verano? **(2 ptos.)**

c) Suponga que al principio de cada año se lanza un dado como el de la primera pregunta y si cae un número par la temporada se efectuara en verano, de lo contrario esta será en invierno. De acuerdo a lo anterior: ¿Cuál es la probabilidad de que en una temporada el número de juegos suspendidos sea mayor a 20? **(4 ptos.)**
Nota: *la temporada de beisbol solo puede llevarse a cabo en invierno o en verano.*

3) Dada la variable aleatoria continua U. Demuestre formalmente que $E[\alpha + \beta U] = \alpha + \beta E[U]$ con α y β constantes. **(2 ptos.)**

4) En una fábrica de computadoras portátiles, se asume que la probabilidad de que una maquina esté defectuosa es de 0.01. Suponiendo que se realiza una revisión a un gran lote de computadoras. Responda:

a) P ("en un lote de *10000* máquinas se encuentren menos de *5* dañadas"). **(1 pto.)**
b) P ("la 5ta máquina sea la 3era dañada"). **(2 ptos.)**
c) P ("se tengan que probar más de 5500 máquinas antes de encontrar la primera defectuosa | ya se han revisado más de 4996"). **(2 ptos.)**

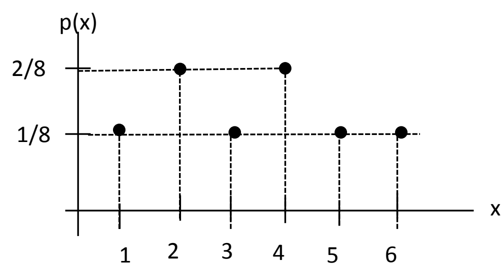
SOLUCION QUIZ 1 (11-1)

1.- X: ¨Número obtenido al lanzar el dado¨

$$P(salga\ 2) = P(salga 4) = 2x$$
$$P(salga\ 1) = P(salga 3) = P(salga 5) = P(salga 6) = x$$
$$x + 2x + x + 2x + x + x = 1 \rightarrow x = \frac{1}{8}$$
$$\rightarrow P(salga\ 2) = P(salga 4) = \frac{2}{8}\ y$$
$$P(salga\ 1) = P(salga 3) = P(salga 5) = P(salga 6) = \frac{1}{8}$$

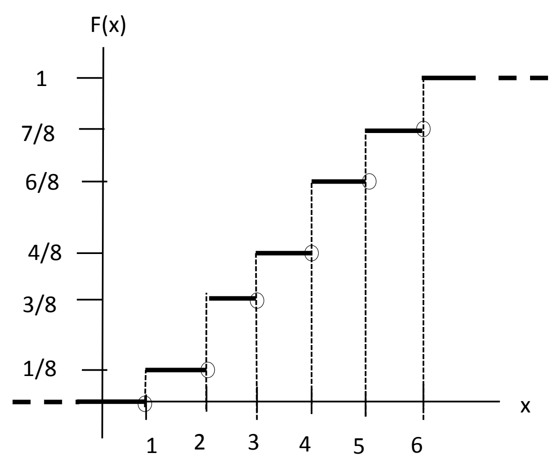
a)

$$p(x) \begin{cases} \frac{1}{8}\ si\ x \in \{1,3,5,6\} \\ \frac{2}{8}\ si\ x \in \{2,4\} \\ 0 \quad otros\ casos \end{cases} \qquad x \in Z^{+}$$



b)

$$F(x) \begin{cases} 0\ si\ x < 1 \\ \frac{1}{8}\ si\ 1 \leq x < 2 \\ \frac{3}{8}\ si\ 2 \leq x < 3 \\ \frac{4}{8}\ si\ 3 \leq x < 4 \\ \frac{6}{8}\ si\ 4 \leq x < 5 \\ \frac{7}{8}\ si\ 5 \leq x < 6 \\ 1 \quad si\ x \geq 6 \end{cases}$$



c) $P(1 \leq X \leq 4) = \sum_{i=1}^{4} p(x) = p(1) + p(2) + p(3) + p(4) = \frac{3}{4}$

d) $E[X] = \sum_{\forall x} xp(x) = 1p(1) + 2p(2) + 3p(3) + 4p(4) + 5p(5) + 6p(6) = \frac{27}{8}$

2.- a) X: ¨Número de juegos suspendidos en una temporada de 4 meses en invierno¨

X$\sim Poisson(\gamma t)$; $\gamma = 10(10\ juegos\ por\ mes); t = 4\ \rightarrow \gamma t = 40$

$$P(X = 30) = \frac{e^{-40}40^{30}}{30!}$$

b) Y: ¨Número de juegos suspendidos en una temporada de 4 meses en verano¨

Y$\sim Poisson(\gamma t)$; $\gamma = 2(2\ juegos\ por\ mes); t = 4\ \rightarrow \gamma t = 8$

$$P(Y = 12) = \frac{e^{-8}8^{12}}{12!}$$

c) Z: ¨Número de juegos suspendidos en una temporada de 4 meses¨

$$P(se\ realice\ en\ invierno) = P(salga\ 1) + P(salga\ 3) + P(salga\ 5) = \frac{3}{8}$$
$$P(se\ realice\ en\ verano) = P(salga\ 2) + P(salga\ 4) + P(salga\ 6) = \frac{5}{8}$$

$$P(Z > 20) = \frac{3}{8}P(X > 20) + \frac{5}{8}P(Y > 20)$$
$$\text{donde } P(X > 20) = 1 - \sum_{i=0}^{20} \frac{e^{-40}40^{i}}{i!}\ y\ P(Y > 20) = 1 - \sum_{i=0}^{20} \frac{e^{-8}8^{i}}{i!}$$

3.- $E[\alpha + \beta U] = \alpha + \beta E[U]$

$$E[\alpha + \beta U] = \int_{-\infty}^{\infty} \alpha + \beta U f(u)du = \int_{-\infty}^{\infty} \alpha f(u)du + \int_{-\infty}^{\infty} \beta U f(u)du$$
$$= \alpha \int_{-\infty}^{\infty} f(u)du + \beta \int_{-\infty}^{\infty} U f(u)du = \alpha + \beta E[U]$$

4.- a) X: ¨Número de máquinas dañadas en un lote de 10000¨

$$X \sim Binomial(n = 10000, p = 0.01)$$

$$P(X < 5) = \sum_{i=0}^{4} \binom{10000}{i} (0.01)^i (0.99)^{10000-i}$$

b) Y: ¨Número de máquinas revisadas hasta encontrar la 3era dañada¨

$$Y \sim Binomial\ Negativa(k = 3, p = 0.01)$$

$$P(Y = 5) = \binom{4}{2} (0.01)^3 (0.99)^2$$

c) Z: ¨Número de máquinas revisadas hasta encontrar la 1era dañada¨

$$Z \sim Geométrica(p = 0.01)$$

$$P(Z > 5501 \mid Z > 4997) = \frac{P(Z > 5501\ \cap\ Z > 4997)}{P(Z > 4997)} = \frac{P(Z > 5501)}{P(Z > 4997)} = \frac{1 - (1 - 0.99^{5501})}{1 - (1 - 0.99^{4997})} = 0.99^{504}$$