Universidad Central de Venezuela
Facultad de Ciencias
Escuela de Computación
Probabilidad y Estadística

Nombre: ______________________________
Cédula: ______________________________
Sección: ______________________________

QUIZ Nº 1
I-2011

1) El tiempo transcurrido entre fallas que presenta un servidor web sigue una distribución exponencial con media de 25 días.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que en 30 días haya al menos 2 fallas? **(2ptos.)**

b) ¿Cuánto tiempo tiene que pasar para asegurar con probabilidad de 0.8 que ocurrirá al menos una falla? **(2ptos.)**

2) Sea W la variable aleatoria que da el número de caras menos el número de sellos en tres lanzamientos de una moneda cargada de modo que la probabilidad de que salga una cara es el doble de la probabilidad de que salga un sello. Exprese formalmente la función de distribución de probabilidad de W. **(3 ptos.)**

3) Una variable aleatoria continua X que puede tomar valores reales entre 1 y 3 tiene una función de densidad dada por $f(x)=1/2$.

a) Muestre formalmente que dicha fdp es válida y grafíquela **(2 pto.)**
b) Exprese formalmente su fda y grafique. **(2 ptos.)**
c) Encuentre $P(2<X\leq 2.5)$. **(2 pto.)**

4) Un lote contiene 100 piezas de un proveedor de tubería local y 200 unidades de un proveedor de tubería del estado vecino. Si se seleccionan cuatro piezas al azar y sin reemplazo. ¿Cuál es la probabilidad de que todas sean del proveedor local? **(2 ptos.)**

5) Un doctor examina varios pacientes, uno a la vez, cuando encuentra a 2 pacientes que posean problemas respiratorios deja de examinarlos. Si de cada seis personas una padece de estos problemas ¿Cuál es la probabilidad de que se requieran ocho pacientes para que el doctor se detenga? (3 ptos.)

6) V.A. U. Demuestre formalmente que $VAR[\alpha + \beta U] = (\beta^2)VAR[U]$ con α y β constantes.(Puede utilizar otras propiedades conocidas de Esperanza y Varianza de una V.A.) (2 ptos.)

SOLUCION QUIZ 1 (3-5)

1.- T: “Tiempo transcurrido entre fallas que presenta un servidor web”.

$$T\sim Exponencial(\gamma)\ E[T]=\frac{1}{\gamma}=25\rightarrow\gamma=\frac{1}{25}\ (1\ falla\ cada\ 25\ días)$$

a) X: “Número de fallas en 30 días”

$$X\sim Poisson(\tfrac{6}{5})\ ;P(X\geq 2)=1-P(X<2)=1-\sum_{i=0}^{1}\frac{e^{-\frac{6}{5}}\left(\frac{6}{5}\right)^{i}}{i!}.$$

b) Y: ”Número de fallas en un tiempo t”

$$Y\sim Poisson\left(\frac{t}{25}\right)\ ;P(Y\geq 1)=0.8\rightarrow P(Y=0)=0.2\rightarrow e^{-\frac{t}{25}}=0.2$$

$$\rightarrow -t=25\ln(0.2)\rightarrow t\approx 40.24$$

$$deben\ pasar\ aproximadamente\ 40.24\ días\ para\ asegurar$$
$$con\ prob.de\ 0.8\ que\ ocurrirá\ al\ menos\ una\ falla.$$

2.-

P(cara)=2x
P(sello)=x
2x+x=1
→ x=1/3 → P(cara)=2/3 y P(sello)=1/3

$existen\ 2^3\ resultados\ posibles$

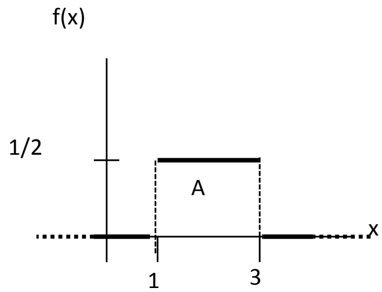
P(c,c,s)=4/27
P(c,c,c)=8/27
P(c,s,c)=4/27
P(s,c,s)=2/27
P(s,s,s)=1/27
P(c,s,s)=2/27
P(s,s,c)=2/27
P(s,c,c)=4/27
$\overline{27/27}$=1

W=“Número de caras menos el número de sellos en dicho experimento.”

$$f(w)=\begin{cases}12/27 & \text{si } w=1\\ 6/27 & \text{si } w=-1\\ 8/27 & \text{si } w=3\\ 1/27 & \text{si } w=-3\\ 0 & \text{otros casos}\end{cases}$$

3.- f(x)= $\begin{cases} ½ & \text{si } 1 \leq x \leq 3 \\ 0 & \text{otros casos} \end{cases}$

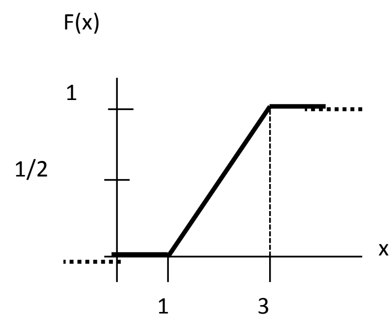
a)



A=área del rectángulo=largo x ancho = $2x\frac{1}{2} = 1 \rightarrow fdp\ válid$

b)

$$F(x)= \begin{cases} 0\ si\ x < 1 \\ \frac{x}{2} - \frac{1}{2}\ si\ 1 \leq x \leq 3 \\ 1\ si\ x > 3 \end{cases}$$



c) $P(2 < X \leq 2.5) = F(2.5) - F(2) = \frac{3}{4} - \frac{1}{2}$

4.- X: ¨Número de piezas que son del proveedor local en una muestra de 4¨

X$\sim hipergeométrica(N, M, n)$;

$N = tamaño\ total\ de\ la\ muestra$; $\mathrm{M} = \text{elementos de interés}$;
$\mathrm{n} = \text{tamaño de la muestra}$

$$P(X = 4) = \frac{\binom{100}{4}\binom{200}{0}}{\binom{300}{4}}$$

5.- a) X: ¨Número de pacientes examinados hasta encontrar 2 con problemas respiratorios¨

X$\sim Binomial\ Negativa(k,p)$;

$k=2,\ p=P(que\ una\ persona\ sufra\ de\ dichos\ problemas)=\frac{1}{6}$

$$P(X=8)=\binom{7}{1}(\frac{1}{6})^2(\frac{5}{6})^6$$

b) Y: ¨Número de pacientes con problemas respiratorios¨

Y$\sim Binomial(n,p)$; $n=10; p=\frac{1}{6}$

$$P(2<Y<5)=P(Y=3)+P(Y=4)=$$
$$\binom{10}{3}(\frac{1}{6})^3(\frac{5}{6})^7+\binom{10}{4}(\frac{1}{6})^4(\frac{5}{6})^6$$

6.- $se\ sabe\ que\ VAR[X]=E[X^2]-E[X]^2$

$$VAR[\alpha+\beta U]=E[(\alpha+\beta U)^2]-E[(\alpha+\beta U)]^2$$
$$=E[\alpha^2+2\alpha\beta U+\beta^2U^2]-(\alpha+\beta E[U])^2$$
$$=\alpha^2+2\alpha\beta E[U]+\beta^2E[U^2]-\alpha^2-2\alpha\beta E[U]-\beta^2E[U]^2$$
$$=\beta^2(E[U^2]-E[U]^2)$$
$$=\beta^2VAR[U]$$